**Tentamen Statistiek KW/MBW (deel 1, tweede herkansing)**

Afdeling: Propedeuse KW/MBW 2019

Examinator: Dr. J.B.M. Melissen

Datum: 10 februari 2020

1. **Alle antwoorden moeten gemotiveerd worden**.

2. Rond eindantwoorden (kommagetallen) af op *vier* decimalen, tenzij anders vermeld.

3. Uitsluitend tijdens de tentamenzitting verstrekte formulebladen en tabellen mogen

geraadpleegd worden.

4. Het gebruik en aanwezigheid van communicatieapparatuuris niet toegestaan.

5. Het gebruik van een (grafische) rekenmachine met statistische programmatuur en het

raadplegen van de bijbehorende handleiding is toegestaan. Het *statistische* gebruik van deze

rekenmachine is bij een aantal onderdelen ingeperkt. Let op de aanwijzingen! Het

programmeerbare deel mag geen informatie bevatten, die betrekking heeft op de collegestof.

6. De opgaven dienen na afloop van het tentamen ingeleverd te worden.

Dit tentamen bestaat uit vier opgaven (30, 25, 25, 20 punten). Score = Puntentotaal/10

**Opgave 1 (Totaal 30 punten)**

In een grote landelijke enquête wordt aan een grote groep volwassenen gevraagd hoeveel vooropleidingen/professionele cursussen ze hebben gevolgd. Dit aantal kan worden beschreven door een kansvariabele , waarvan de kansfunctie hieronder gegeven wordt:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 0,15 | 0,30 | 0,25 | 0,15 | 0,10 | 0,05 |

**1a [4pt].** Leg uit dat het hierbij om een goed gedefinieerde kansfunctie gaat (2 eisen).

**1b [4pt].** Geef in een tabel als hierboven de cumulatieve kansfunctie .

**1c [8pt].** Bereken de verwachtingswaarde en de standaarddeviatie van . Maak hierbij geen gebruik van het statistisch menu van de grafische rekenmachine (hooguit ter controle).

**1d [6pt].** Wat is de kans dat een geënquêteerde **meer dan vier** vooropleidingen/cursussen heeft genoten? Bereken de kans dat er onder 100 ondervraagden minstens 15 personen zijn die meer dan 4 vooropleidingen/cursussen hebben genoten (Gebruik geen benadering).

**1e [8pt].** In dezelfde enquête wordt ook gevraagd naar het aantal elektronische apparaten dat in het huishouden aanwezig is. Dit aantal blijkt te liggen tussen 0 en 250 met een gemiddelde van 94,5 en een standaarddeviatie van 48,2, de precieze kansverdeling is niet gepubliceerd. In verband met een op te richten recyclecentrum is de gemeente Wapskerbrug geïnteresseerd in een betrouwbare schatting voor het totale aantal apparaten dat minimaal aanwezig is in de 361 huishoudens in de gemeente. Bereken een schatting voor Wapskerbrug die een betrouwbaarheid heeft van minimaal 95% (De kans dat de werkelijke waarde kleiner is dan de gegeven grens mag maximaal 5% zijn). Gebruik een kansvariabele en maak gebruik van een geschikte benadering met een normale verdeling.

**Opgave 2 (Totaal 25 punten)**

Een wapenkamer van een militaire schietbaan beschikt over 45 stuks van het Colt C4 geweer. Elk wapen is voorzien van een uniek registratienummer. Elke dag komt een groep van 25 infanteristen een wapen halen om aan oefeningen op de schietbaan deel te nemen. De wapens worden in willekeurige volgorde uitgegeven.

**2a. [4pt]** Op hoeveel manieren kunnen de 25 wapens worden verstrekt als de volgorde van verstrekken en de registratienummers niet van belang zijn (Hint: Dit is waarschijnlijk eenvoudiger dan je denkt. Hoeveel verschillende verzamelingen van 25 wapens kun je “trekken” als alle registratienummers zijn afgeplakt?)**.**

**2b. [4pt]** Op hoeveel manieren kunnen de 25 wapens worden verstrekt als de volgorde van verstrekken niet van belang is, maar wel wordt gelet op registratienummers?

**2c. [4pt]** Op hoeveel manieren kunnen de 25 wapens worden verstrekt als de volgorde van verstrekken én registratienummers van belang zijn?

**2d. [4pt]** Hoeveel verschillende koppelingen kunnen er voor deze 25 militairen worden gemaakt van een registratienummer geweer en een Peoplesoftnummer?

**2e. [5pt]** Op een dag zijn twee korporaals aanwezig om elk aan één wapen groot jaarlijks onderhoud te plegen. Vijf van de 45 Colts staan op de nominatie voor dit onderhoud. De korporaals komen helaas te laat binnen en de 25 wapens van die dag zijn al door de sergeant verstrekt. Hoe groot is de kans dat minstens één van de korporaals die dag geen onderhoud kan doen omdat de betreffende wapens zijn uitgegeven?

**2f. [4pt]** Bereken het gemiddelde aantal te onderhouden wapens dat is uitgegeven en de standaarddeviatie daarin (Hint: maak gebruik van het formuleblad en een geschikte verdeling).

**Opgave 3 (Totaal 25 punten)**

Op een grote luchthaven worden internationale reizigers die aankomen en het land in willen onderworpen aan een securitycheck. Deze bestaat uit drie onderdelen die achtereenvolgens moeten worden afgewerkt:

1. Paspoortcontrole door Marechaussee. De duur van deze controle is uniform verdeeld tussen 15 en 45 seconden per passagier.
2. Bagage- en bodyscan. De verwerkingstijd van deze controle wordt beschreven door de volgende kansdichtheidsfunctie ( in seconden):

De standaarddeviatie is 20,81 seconden.

1. Mogelijk vervolgcontrole van reisdocumenten, bagage en/of diepgaander onderzoek en verhoor. Deze vervolgcontrole vindt alleen plaats als Controle 2 daarvoor aanleiding heeft gegeven. Dit geldt gemiddeld voor 2% van de passagiers.

Het aantal passagiers, dat zich per minuut bij de paspoortcontrole meldt, kan worden beschreven met een Poissonverdeling met μ = 10 passagiers per minuut. De Controles 1 en 2 zijn beide meervoudig parallel uitgevoerd.

**3a. [4pt]** Bereken de kans dat zich gedurende een bepaalde minuut meer dan 15 passagiers melden bij de paspoortcontrole.

**3b. [6pt]** Hoe groot is de kans dat zich gedurende een bepaalde periode van 10 minuten meer dan 150 passagiers melden bij de paspoortcontrole?

**3c. [5pt]** Hoe groot is de kans dat er minstens 30 seconden zit tussen de aankomst van twee opeenvolgende passagiers bij de paspoortcontrole? Maak gebruik van de exponentiële verdeling (waarom?).

**3d. [5pt]** Hoeveel passagiers kan een marechaussee gemiddeld per minuut controleren? Hoeveel paspoortloketten zijn er minimaal nodig om te zorgen dat de wachtrij voor de paspoortcontrole niet structureel oploopt?

**3e. [5pt]** Bereken voor de normale passagiers die alleen Controles 1 + 2 doorlopen de gemiddelde totale behandeltijd en de standaarddeviatie daarin.

**Opgave 4 [Totaal 20 punten]** Een populair tijdverdrijf voor legers tot en met de Napoleontische tijd was het salvoschieten. Onder luide tambourbegeleiding stelden twee legers zich in linie tegenover elkaar op. Op commando vuurden de fuseliers een salvo af op de vijand. We gaan twee strategieën met elkaar vergelijken. Hiervoor gelden de volgende aannamen:

**Aanname 1:** Elke fuselier schiet in de algemene richting van de vijand, maar de afstand is te groot en de nauwkeurigheid van de wapens te klein om doelgericht één specifieke vijand onder vuur te nemen. Voor elke schutter geldt dat zijn wapen gericht is op een willekeurige vijandelijke fuselier die zichtbaar is (in de eerste linie), waarbij de kans voor elke zichtbare vijand even groot is.

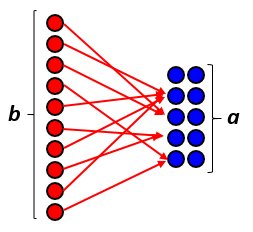
**Aanname 2:** Zijn schot schakelt de vijand uit waarop zijn wapen is gericht met kans .

**Aanname 3:** Hij raakt nooit een andere vijand waar zijn wapen niet op is gericht.

**Aanname 4:** Leger A stelt een compagnie van 100 fuseliers in één linie op. Ze vuren op commando en gaan dan hun wapen herladen. Na twee minuten zijn de (dan overgebleven) fuseliers gereed voor het volgende salvo. Leger A geeft dus elke twee minuten één salvo van (hoogstens) 100 schoten af.

**Aanname 5:** Leger B stelt 100 fuseliers in twee linies van elk 50 fuseliers achter elkaar op. De eerste linie staat klaar voor een salvo, de tweede linie brengt zijn wapen in gereedheid. Na het salvo van de eerste linie trekt deze zich terug achter de tweede linie en de tweede linie neemt nu de rol van de eerste linie over. Fuseliers in de tweede linie worden door de eerste linie afgeschermd en kunnen niet worden uitgeschakeld. Leger B geeft elke twee minuten twee salvo’s van elk (maximaal) 50 schoten af.

**Aanname 6:** Na elke inslag van een vijandelijk salvo hergroeperen de niet-uitgeschakelde fuseliers zich weer tot een nette linie. Neem aan dat het aantal overgebleven fuseliers gelijk is aan de waarde die je op grond van de gegeven kansen verwacht (de verwachtingswaarde). Dit aantal wordt niet afgerond op een gehele waarde. Reken door met verwachte aantallen in twee decimalen.



Bekijk nu soldaat X die staat in een (eerste) linie met soldaten waar net een salvo van vijandelijke kogels binnen is gekomen. De kansvariabele is het aantal dodelijke kogels waardoor soldaat X tijdens dit salvo is getroffen. De kansverdeling van is een binomiale verdeling met trekkingen en een slaagkans van .

Het verwachte aantal overlevende soldaten uit de linie van soldaten na een salvo met kogels is **(Formule 1)**

**=== ZIE VOLGENDE PAGINA ===**

**4a. [8pt]** Leg uit waarom de binomiale verdeling met dit aantal trekkingen en deze slaagkans van toepassing is, m.a.w. leg uit wat een “trekking” in dit geval precies is, welke twee uitslagen zo’n trekking kan hebben, wat “slagen” in dit geval betekent, waarom het aantal trekkingen is en hoe je tot een slaagkans van komt. Gebruik eventueel de analogie met keer een munt werpen.

**4b. [4pt]** Leg uit waarom Formule 1 correct is. Dit kan met een direct argument met kansen, of door gebruik te maken van de binomiale verdeling. Gebruik eventueel een voorbeeld.

**4c.** **[8pt]** Gebruik Formule 1 om uit te rekenen hoeveel fuseliers elk van de legers over heeft na twee minuten salvo’s uitwisselen. Neem aan dat leger B het eerste salvo afvuurt, het tweede komt van leger A en het laatste weer van leger B.

Let op: Leger B gebruikt twee linies, dus houd daar per linie bij wat er gebeurt.

Welke strategie is het beste?

**=== EINDE TENTAMEN ===**